IT-Security Tutorübung 03

Dorian Zedler

6. November 2023

Technische Universität München

Inhalt der Tutorübung

Quizizz / Aufgabe 1

Hausaufgaben Präsentationen

Aufgaben

Quizizz / Aufgabe 1

Quizizz

https://quizizz.com/admin/quiz/654614409bd71e643ca04ee6

Hausaufgaben Präsentationen

Aufgaben

Aufgabe 2a - Kryptoanalyse vs. Kryptografie

a) Was ist der Unterschied zwischen *Kryptografie* und *Kryptoanalyse*?

Aufgabe 2a - Kryptoanalyse vs. Kryptografie

a) Was ist der Unterschied zwischen *Kryptografie* und *Kryptoanalyse*?

- **Kryptografie** ist die Wissenschaft der *Entwicklung* sicherer Ver- und Entschlüsselungsverfahren

Aufgabe 2a - Kryptoanalyse vs. Kryptografie

a) Was ist der Unterschied zwischen *Kryptografie* und *Kryptoanalyse*?

- **Kryptografie** ist die Wissenschaft der *Entwicklung* sicherer Ver- und Entschlüsselungsverfahren
- **Kryptoanalyse** ist die Wissenschaft der *Analyse* und des *Brechens* von Ver- und Entschlüsselungsverfahren

Aufgabe 2b - symmetrisch vs. asymmetrisch

b) Was ist der zentrale Unterschied zwischen *asymmetrischen* und *symmetrischen* Verschlüsselungsverfahren?

Aufgabe 2b - symmetrisch vs. asymmetrisch

b) Was ist der zentrale Unterschied zwischen *asymmetrischen* und *symmetrischen* Verschlüsselungsverfahren?

- **Symmetrische** Verschlüsselung verwendet *den gleichen Schlüssel* zum Ver- und Entschlüsseln
  $\rightarrow$dieser wird *geheim* gehalten
  $\rightarrow$jeder im Besitz des Schlüssels kann verschlüsseln und entschlüsseln

Aufgabe 2b - symmetrisch vs. asymmetrisch

b) Was ist der zentrale Unterschied zwischen *asymmetrischen* und *symmetrischen* Verschlüsselungsverfahren?

- **Symmetrische** Verschlüsselung verwendet *den gleichen Schlüssel* zum Ver- und Entschlüsseln
  $\rightarrow$dieser wird *geheim* gehalten
  $\rightarrow$jeder im Besitz des Schlüssels kann verschlüsseln und entschlüsseln
- **Asymmetrische** Verschlüsselung verwendet *unterschiedliche Schlüssel* zum Ver- und Entschlüsseln
  $\rightarrow$einer davon wird *geheim* gehalten, der andere *veröffentlicht*
  $\rightarrow$jeder kann verschlüsseln, nur der Empfänger kann entschlüsseln

Aufgabe 2c - Kerckhoffs Prinzip

c) Was ist Kerckhoffs Prinzip und warum ist es sinnvoll es zu befolgen?

Aufgabe 2c - Kerckhoffs Prinzip

c) Was ist Kerckhoffs Prinzip und warum ist es sinnvoll es zu befolgen?

- Die Sicherheit eines Verschlüsselungsverfahrens darf nur von der Geheimhaltung des Schlüssels abhängen
- Wenn die Sicherheit von der Geheimhaltung des Verfahrens abhängt, wird das Verfahren in der Praxis früher oder später bekannt und damit nutzlos
- Das Verfahren muss öffentlich bekannt und trotzdem sicher sein
  $\rightarrow$**Kein Security by Obscurity!**

Aufgabe 2d - Brute-Force bei DES

d) Der Schlüsselraum bei DES beträgt 2^{56}. Wie lange würde ein Angreifer für einen Brute-Force-Angriff mit einer handelsüblichen CPU brauchen? Verwenden Sie als Berechnungsgrundlage eine CPU mit 3GHz (3 GHz bedeutet $3 * 10^9$ wiederholende Vorgänge pro Sekunde), die pro Instruktion eine komplette DES Verschlüsselung durchführen kann.

Aufgabe 2d - Brute-Force bei DES

d) Der Schlüsselraum bei DES beträgt 2^{56}. Wie lange würde ein Angreifer für einen Brute-Force-Angriff mit einer handelsüblichen CPU brauchen? Verwenden Sie als Berechnungsgrundlage eine CPU mit 3GHz (3 GHz bedeutet $3 * 10^9$ wiederholende Vorgänge pro Sekunde), die pro Instruktion eine komplette DES Verschlüsselung durchführen kann.

$$\underbrace{\frac{2^{56}}{3 \cdot 10^9}}_{\text{Sekunden für alle Schlüssel}} \cdot \underbrace{\frac{1}{60 \cdot 60 \cdot 24}}_{\text{Umrechnen in Tage}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Im Durchschnitt findet man den richtigen Schlüssel nach der Hälfte aller Möglichkeiten}} \approx 138.9 \text{ Tage}$$

Aufgabe 2d - Brute-Force bei DES

d) Kann DES bei einer Brute-Force-Dauer von 138.9 Tagen als sicher angesehen werden?

Aufgabe 2d - Brute-Force bei DES

d) Kann DES bei einer Brute-Force-Dauer von 138.9 Tagen als sicher angesehen werden?

- Geheime Daten sind nach 138.9 Tagen oft immer noch geheim
  $\rightarrow$alles, was in unter 10 Jahren geknackt werden kann, ist unbrauchbar
- Außerdem gibt es noch andere Angriffe auf DES, die deutlich schneller sind, z.B. *COPA-COBANA*
- Bei AES liegt die Brute-Force-Dauer im Bereich der Zeit, die das Universum existiert
- **DES ist nicht mehr sicher!**

Aufgabe 2e - Schlüssellänge

e) Warum müssen Schlüssel für das RSA-Verschlüsselungsverfahren deutlich länger sein als Schlüssel für symmetrische Verfahren?

Aufgabe 2e - Schlüssellänge

e) Warum müssen Schlüssel für das RSA-Verschlüsselungsverfahren deutlich länger sein als Schlüssel für symmetrische Verfahren?

- Die Sicherheit von RSA basiert auf der Schwierigkeit der Faktorisierung des Schlüssels
  $\rightarrow$Bei größeren Zahlen ist die Faktorisierung schwieriger
- Durch analytische Verfahren ist die Faktorisierung bei kleineren Zahlen zu einfach zu lösen
- Bei symmetrischen Verfahren gibt es weniger analytische Möglichkeiten
  $\rightarrow$Die Schlüssel können kürzer sein

Aufgabe 3 - Blockchiffren

- Gegeben sind Klartext-Ciphertext-Paare
- Auf einer symmetrischen Blockchiffre basierend
- Ohne Padding
- E ist die Verschlüsselungsfunktion, k der Schlüssel

(1) $E_k(00000000_{16})=92298ec0_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})=b736e2bc92298ec0b736e2bc_{16}$

Aufgabe 3a - Auffälligkeiten im Ciphertext

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

a) Gibt es Auffälligkeiten zwischen Klartext- und Ciphertextblöcken. Erkennen Sie Sicherheitsprobleme?

Aufgabe 3a - Auffälligkeiten im Ciphertext

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

a) Gibt es Auffälligkeiten zwischen Klartext- und Ciphertextblöcken. Erkennen Sie Sicherheitsprobleme?

- Der Klartext 00000001_{16} wird zweimal zu b736e2bc$_{16}$ verschlüsselt
- Der Klartext 00000000_{16} wird zweimal zu 92298ec0$_{16}$ verschlüsselt
- Blockchiffre im **ECB-Modus** verwendet
- Probleme:

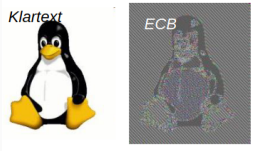
Aufgabe 3a - Auffälligkeiten im Ciphertext

(1) $E_k(00000000_{16})$=$92298ec0_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=$b736e2bc92298ec0b736e2bc_{16}$

a) Gibt es Auffälligkeiten zwischen Klartext- und Ciphertextblöcken. Erkennen Sie Sicherheitsprobleme?

- Der Klartext 00000001_{16} wird zweimal zu $b736e2bc_{16}$ verschlüsselt
- Der Klartext 00000000_{16} wird zweimal zu $92298ec0_{16}$ verschlüsselt
- Blockchiffre im **ECB-Modus** verwendet
- Probleme:
  - Rückschlüsse auf Inhalt des Klartextes möglich
  - Vertauschen der Blöcke möglich
  - Beibehaltung von Mustern im Klartext:



Aufgabe 3b - Blockgröße

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

b) Was ist die verwendete Blockgröße?

Aufgabe 3b - Blockgröße

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

b) Was ist die verwendete Blockgröße?

- Da in (1) ein 32-Bit Klartextblock zu einem 32-Bit Ciphertextblock verschlüsselt wird, muss die Blockgröße kleiner gleich 32-Bit sein.

Aufgabe 3b - Blockgröße

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

b) Was ist die verwendete Blockgröße?

- Da in (1) ein 32-Bit Klartextblock zu einem 32-Bit Ciphertextblock verschlüsselt wird, muss die Blockgröße kleiner gleich 32-Bit sein.
- Es können nur ganze Blöcke verschlüsselt werden
  →Blockgröße muss ein Teiler von 32-Bit sein, sonst könnte der Block aus (1) nicht verschlüsselt werden.
  →Möglich wären 1, 2, 4, 8, 16 oder 32-Bit

Aufgabe 3b - Blockgröße

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

b) Was ist die verwendete Blockgröße?

- Da in (1) ein 32-Bit Klartextblock zu einem 32-Bit Ciphertextblock verschlüsselt wird, muss die Blockgröße kleiner gleich 32-Bit sein.
- Es können nur ganze Blöcke verschlüsselt werden
  →Blockgröße muss ein Teiler von 32-Bit sein, sonst könnte der Block aus (1) nicht verschlüsselt werden.
  →Möglich wären 1, 2, 4, 8, 16 oder 32-Bit
- Es müssen **32-Bit** sein, da wir sonst in (1) eine wiederholende Sequenz im Ciphertext hätten, da 0000_{16} mehrmals verschlüsselt wird.

Aufgabe 3c - Konfusion und Diffusion

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

c) Was ist Konfusion und Diffusion? Sind diese Eigenschaften im Beispiel erfüllt?

Aufgabe 3c - Konfusion und Diffusion

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

c) Was ist Konfusion und Diffusion? Sind diese Eigenschaften im Beispiel erfüllt?

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

- **Konfusion**: Der Schlüssel soll sich nicht aus Klartext-Ciphertext-Paaren ableiten lassen

Aufgabe 3c - Konfusion und Diffusion

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

c) Was ist Konfusion und Diffusion? Sind diese Eigenschaften im Beispiel erfüllt?

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

- **Konfusion**: Der Schlüssel soll sich nicht aus Klartext-Ciphertext-Paaren ableiten lassen
  →**Unklar**, da Schlüssel nicht bekannt
- **Diffusion**: Kleine Änderungen im Klartext sollen große Änderungen im Ciphertext bewirken

Aufgabe 3c - Konfusion und Diffusion

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

c) Was ist Konfusion und Diffusion? Sind diese Eigenschaften im Beispiel erfüllt?

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

- **Konfusion**: Der Schlüssel soll sich nicht aus Klartext-Ciphertext-Paaren ableiten lassen
  →**Unklar**, da Schlüssel nicht bekannt
- **Diffusion**: Kleine Änderungen im Klartext sollen große Änderungen im Ciphertext bewirken
  →**Erfüllt**, da sich der Ciphertext bei Änderung von einem Bit im Klartext komplett ändert (siehe (1) und (2))

Aufgabe 3d - Entschlüsselung

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

d) Sie testen die Entschlüsselungsfunktion D des Entwicklers zu E und erhalten:
$D_k(\texttt{d35c273e}_{16}) = 00000001_{16}$
Ist das möglich?

Aufgabe 3d - Entschlüsselung

(1) $E_k(00000000_{16})$=$92298ec0_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000{1}_{16})$=$b736e2bc92298ec0b736e2bc_{16}$

d) Sie testen die Entschlüsselungsfunktion D des Entwicklers zu E und erhalten:
$D_k(d35c273e_{16}) = 00000001_{16}$
Ist das möglich?

- **Nein**, das ist nicht möglich!

Aufgabe 3d - Entschlüsselung

(1) $E_k(00000000_{16})$=92298ec0$_{16}$

(2) $E_k(00000001000000000000000001_{16})$=b736e2bc92298ec0b736e2bc$_{16}$

d) Sie testen die Entschlüsselungsfunktion D des Entwicklers zu E und erhalten:
$D_k(\texttt{d35c273e}_{16}) = 00000001_{16}$
Ist das möglich?

- **Nein**, das ist nicht möglich!
- Blockchiffren sind **Bijektiv**
  $\rightarrow$Jeder Klartextblock wird auf genau einen Ciphertextblock abgebildet und umgekehrt

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ gegeben. Welcher der beiden Parameter $e_1 = 32$, $e_2 = 49$ ist ein gültiger RSA-Exponent?

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ gegeben. Welcher der beiden Parameter $e_1 = 32$, $e_2 = 49$ ist ein gültiger RSA-Exponent?

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - n ist öffentlich, p und q sind geheim
  - $ggT(\varphi(n), e) = 1$ (wobei $\varphi(n) = (p-1) \cdot (q-1)$, da p und q Primzahlen sind)

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ gegeben. Welcher der beiden Parameter $e_1 = 32$, $e_2 = 49$ ist ein gültiger RSA-Exponent?

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - n ist öffentlich, p und q sind geheim
  - $ggT(\varphi(n), e) = 1$ (wobei $\varphi(n) = (p-1) \cdot (q-1)$, da p und q Primzahlen sind)
- $\varphi(n) = 40 \cdot 16 = 640$

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ gegeben. Welcher der beiden Parameter $e_1 = 32$, $e_2 = 49$ ist ein gültiger RSA-Exponent?

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - n ist öffentlich, p und q sind geheim
  - $ggT(\varphi(n), e) = 1$ (wobei $\varphi(n) = (p-1) \cdot (q-1)$, da p und q Primzahlen sind)
- $\varphi(n) = 40 \cdot 16 = 640$
- $ggT(640, e_1) = ggT(640, 32) = 32 \rightarrow$ **Ungültig**

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ gegeben. Welcher der beiden Parameter $e_1 = 32$, $e_2 = 49$ ist ein gültiger RSA-Exponent?

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - n ist öffentlich, p und q sind geheim
  - $ggT(\varphi(n), e) = 1$ (wobei $\varphi(n) = (p-1) \cdot (q-1)$, da p und q Primzahlen sind)
- $\varphi(n) = 40 \cdot 16 = 640$
- $ggT(640, e_1) = ggT(640, 32) = 32 \rightarrow$**Ungültig**
- $ggT(640, e_2) = ggT(640, 49) = 1 \rightarrow$**Gültig**

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ und der Exponent $e = 49$ gegeben. Berechnen Sie den zugehörigen privaten Schlüssel $K_{pr} = (p, q, d)$. Sie können hierbei den erweiterten Euklidischen Algorithmus verwenden.

Aufgabe 4a - RSA Basics

a) Seien die beiden Primzahlen $p = 41$ und $q = 17$ und der Exponent $e = 49$ gegeben. Berechnen Sie den zugehörigen privaten Schlüssel $K_{pr} = (p, q, d)$. Sie können hierbei den erweiterten Euklidischen Algorithmus verwenden.

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - n ist öffentlich, p und q sind geheim
  - $ggT(\varphi(n), e) = 1$ (wobei $\varphi(n) = (p-1) \cdot (q-1)$, da p und q Primzahlen sind)
  - $K_{pub} = (n, e)$
  - $d \equiv e^{-1} \bmod \varphi(n)$
  - $K_{pr} = (p, q, d)$

Aufgabe 4a - RSA Basics

- $d \equiv e^{-1} \bmod \varphi(n) = 49^{-1} \bmod 640$
- Gesucht ist die Inverse von 49 modulo 640
  $\rightarrow$EEA auf 49 und 640 anwenden

Aufgabe 4a - RSA Basics

- $d \equiv e^{-1} \bmod \varphi(n) = 49^{-1} \bmod 640$
- Gesucht ist die Inverse von 49 modulo 640
  $\rightarrow$EEA auf 49 und 640 anwenden

a	b	$\lfloor \frac{b}{a} \rfloor$	α	β
49	640	$\lfloor \frac{640}{49} \rfloor = 13$	$1 - (13 \cdot -16) = 209$	-16
$640 \bmod 49 = 3$	49	$\lfloor \frac{49}{3} \rfloor = 16$	$0 - (16 \cdot 1) = -16$	1
$49 \bmod 3 = 1$	3		1	0

- 49 stand in der ersten Zeile bei a
  $\rightarrow 49^{-1} \bmod 640$ steht in der ersten Zeile bei α
  $\rightarrow 49^{-1} \bmod 640 \equiv 209$
- $K_{pr} = (p, q, d) = (41, 17, 209)$

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 5$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 3$, $q = 11$, $d = 7$, $e = 3$.

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 5$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 3$, $q = 11$, $d = 7$, $e = 3$.

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - $K_{pub} = (n, e)$
  - $K_{pr} = (p, q, d)$
  - $c \equiv m^e \bmod n$ (Verschlüsselung)
  - $m \equiv c^d \bmod n$ (Entschlüsselung)

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 5$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 3$, $q = 11$, $d = 7$, $e = 3$.

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - $K_{pub} = (n, e)$
  - $K_{pr} = (p, q, d)$
  - $c \equiv m^e \bmod n$ (Verschlüsselung)
  - $m \equiv c^d \bmod n$ (Entschlüsselung)
- $n = 3 \cdot 11 = 33$
- $c = 5^3 \bmod 33 = 26$
- $m = 26^7 \bmod 33 = 5$

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 9$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 5$, $q = 11$, $d = 3$, $e = 27$.

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 9$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 5$, $q = 11$, $d = 3$, $e = 27$.

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - $K_{pub} = (n, e)$
  - $K_{pr} = (p, q, d)$
  - $c \equiv m^e \bmod n$ (Verschlüsselung)
  - $m \equiv c^d \bmod n$ (Entschlüsselung)

Aufgabe 4b - RSA anwenden

b) Ver- und Entschlüsseln Sie die Nachricht $m = 9$ mithilfe des RSA-Algorithmus mit den Parametern $p = 5$, $q = 11$, $d = 3$, $e = 27$.

- Bei RSA gilt:
  - $n = p \cdot q$,
  - $K_{pub} = (n, e)$
  - $K_{pr} = (p, q, d)$
  - $c \equiv m^e \bmod n$ (Verschlüsselung)
  - $m \equiv c^d \bmod n$ (Entschlüsselung)
- $n = 5 \cdot 11 = 55$
- $c = 9^{27} \bmod 55 = 4$
- $m = 4^3 \bmod 55 = 9$

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

- Probleme mit Textbook-RSA:
  - Wenn $c = m^e < n$, dann greift das Modulo nicht
    $\rightarrow$Berechnung von m ist trivial: $m = \sqrt[e]{c}$

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

- Probleme mit Textbook-RSA:
  - Wenn $c = m^e < n$, dann greift das Modulo nicht
    $\rightarrow$Berechnung von m ist trivial: $m = \sqrt[e]{c}$
  - Derselbe Klartext wird immer in denselben Ciphertext verschlüsselt

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

- Probleme mit Textbook-RSA:
  - Wenn $c = m^e < n$, dann greift das Modulo nicht
    $\rightarrow$Berechnung von m ist trivial: $m = \sqrt[e]{c}$
  - Derselbe Klartext wird immer in denselben Ciphertext verschlüsselt
  - Homomorphie bzgl. Multiplikation:

    Gegeben: Verschlüsselte Nachricht $c = Enc(m)$
    Ziel: Empfänger soll nicht m, sondern $m \cdot 2$ erhalten

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

- Probleme mit Textbook-RSA:
  - Wenn $c = m^e < n$, dann greift das Modulo nicht
    $\rightarrow$Berechnung von m ist trivial: $m = \sqrt[e]{c}$
  - Derselbe Klartext wird immer in denselben Ciphertext verschlüsselt
  - Homomorphie bzgl. Multiplikation:

    Gegeben: Verschlüsselte Nachricht $c = Enc(m)$
    Ziel: Empfänger soll nicht m, sondern $m \cdot 2$ erhalten
    $c' = 2^e \cdot c \bmod n$
    $Dec(c') \equiv (s \cdot c)^d \equiv (2^e \cdot m^e)^d \equiv 2^{ed} \cdot m^{ed} = 2 \cdot m \mod n$

Aufgabe 4c - Textbook-RSA

c) Warum ist es problematisch Textbook-RSA direkt zu verwenden?

- Probleme mit Textbook-RSA:
  - Wenn $c = m^e < n$, dann greift das Modulo nicht
    $\rightarrow$Berechnung von m ist trivial: $m = \sqrt[e]{c}$
  - Derselbe Klartext wird immer in denselben Ciphertext verschlüsselt
  - Homomorphie bzgl. Multiplikation:

    Gegeben: Verschlüsselte Nachricht $c = Enc(m)$
    Ziel: Empfänger soll nicht m, sondern $m \cdot 2$ erhalten
    $c' = 2^e \cdot c \mod n$
    $Dec(c') \equiv (s \cdot c)^d \equiv (2^e \cdot m^e)^d \equiv 2^{ed} \cdot m^{ed} = 2 \cdot m \mod n$
- Alle diese Probleme lassen sich durch die Verwendung eines geeigneten Padding-Schemas lösen!

Aufgabe 4d - Exponenten

In der Praxis werden häufig die kurzen Exponenten $e = 3$, 17 und $2^{16} + 1$ als öffentliche Exponenten verwendet um die Verschlüsselung zu beschleunigen.

d) Warum sollten diese drei kurzen Exponenten nicht als Wert für den privaten Exponenten d in Applikationen verwendet werden, in welchen die Entschlüsselung beschleunigt werden soll?

Aufgabe 4d - Exponenten

In der Praxis werden häufig die kurzen Exponenten $e = 3$, 17 und $2^{16} + 1$ als öffentliche Exponenten verwendet um die Verschlüsselung zu beschleunigen.

d) Warum sollten diese drei kurzen Exponenten nicht als Wert für den privaten Exponenten d in Applikationen verwendet werden, in welchen die Entschlüsselung beschleunigt werden soll?
   - Würde einen Brute-Force-Angriff auf den privaten Exponenten sehr leicht machen
   - Beim öffentlichen Exponenten ist es egal, weil er ohnehin öffentlich ist

Aufgabe 4d - Exponenten

In der Praxis werden häufig die kurzen Exponenten $e = 3$, 17 und $2^{16} + 1$ als öffentliche Exponenten verwendet um die Verschlüsselung zu beschleunigen.

d) Schlagen sie eine minimale Länge (in Bits) für den Exponenten d vor und begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 4d - Exponenten

In der Praxis werden häufig die kurzen Exponenten $e = 3$, 17 und $2^{16} + 1$ als öffentliche Exponenten verwendet um die Verschlüsselung zu beschleunigen.

d) Schlagen sie eine minimale Länge (in Bits) für den Exponenten d vor und begründen Sie ihre Antwort.
   - Direkter Brute-Force wäre schon ab 128 Bit nicht mehr möglich
   - Es gibt aber analytische Angriffe, die mit deutlich weniger Rechenaufwand auskommen
   - Bitlänge von d sollte mindestens **ein Drittel der Bitlänge von n** entsprechen
   - RSA-2048 d also mindestens 615 Bit lang sein (siehe `https://www.keylength.com`)

Fragen? Feedback?

Bis zum nächsten Mal!